

Nota: Este material ha sido preparado exclusivamente para el Curso Multinacional de IICA/PROPLAN sobre "Asesoramiento y Toma de Decisiones en la Conducción del Desarrollo Rural".

Costa Rica, setiembre de 1984.

Biblioteca Central
ORTON - IICA

19 SEP 1997

RECIBIDO
Taller de la IICA

MODELOS MATEMATICOS Y
EXPERIMENTACION NUMERICA

Oscar Vasrsavsky

Reproducido de: AMERICA LATINA: Modelos Matemáticos.
Editorial Universitaria S. A. Chile. 1971.

UNIDAD DE
DOCUMENTACION PARA
LA PREINVERSION

MODELOS MATEMATICOS Y EXPERIMENTACION NUMERICA

Oscar Varsavsky

I. INTRODUCCION

Este artículo da una descripción general, en un nivel de divulgación, del método de modelos matemáticos, y ubica dentro de éstos la experimentación numérica y la simulación. Cuestiones más técnicas y ejemplos completos se ven en otros capítulos.

Nuestro trabajo está motivado por el estudio de *sistemas sociales* (en sentido amplio: sociológicos, económicos, políticos, históricos, antropológicos, ecológicos, etc.) de interés práctico, y macroscópicos, en el sentido de que participan en ellos tantos individuos y realizando tantas actividades, que es difícil considerarlos a todos separadamente y debe agrupárselos de alguna manera.

Así, aunque lo que sigue se aplica también a sistemas físicos y a microsistemas sociales (empresas, pequeños grupos, etc.) no se escribió para estos casos y, si se desea la extensión, debería adaptarse especialmente. Los usaremos sin embargo como ilustraciones comparativas.

Se ha utilizado libremente material anterior extraído de dos artículos del autor, señalados como 16 y 17 en la bibliografía.

II. GENERALIDADES SOBRE MODELOS

La palabra «modelo» será usada siempre en el sentido de imagen o representación —generalmente incompleta y simplificada— de un sistema, proceso, organismo, fenómeno, artefacto, sociedad o ente de cualquier clase, material o abstracto.

Al ente representado lo llamaremos siempre «sistema». Todo sistema tiene *componentes* con ciertas *características* o *atributos* y vinculadas por ciertas *relaciones* o *conexiones*, que son al menos las categorías que más usamos al analizarlo.

Otra manera de considerar un sistema es el de la «caja negra»: sólo se distingue la *salida* —características de todo el sistema, que describen lo que hace, el resultado de su actividad— y la *entrada*: factores variables que pueden influir sobre la salida. No se analiza el interior de la caja: su mecanismo o teoría. Este punto de vista es demasiado limitado, pero «entrada» y «salida» son conceptos importantes.

Las características parciales o globales del sistema pueden variar a lo largo del tiempo: los sistemas más interesantes son dinámicos.

Los historiadores hacen modelos de civilizaciones, países, épocas; los novelistas hacen modelos de grupos humanos imaginarios. La Anatomía, Fisiología y Psicología, más el examen clínico, dan al médico

un modelo de su paciente. Las leyes físicas no son modelos, sino sugerencias para relaciones entre componentes de los sistemas físicos. Un niño tiene un modelo de cómo funciona su televisor muy diferente al del técnico que lo construyó, o al de un físico teórico.

Vemos con esto que no es posible olvidar al «modelista» al hablar de modelos. El modelista no tiene por qué ser un individuo aislado; supondremos siempre que se trata de un equipo que aporta varias experiencias individuales, además de la experiencia social común a todos. Pero de todos modos un sistema puede tener diferentes modelos —ni los médicos ni los historiadores se ponen fácilmente de acuerdo— incluso porque la experiencia hace cambiar de modelo a un mismo modelista: el niño puede convertirse en físico.

El uso de los modelos que más nos interesa aquí es el que consiste en extraer conclusiones por analogía: cualquier cosa que el modelo sugiera o implique puede —a veces debe— tener su análogo en el sistema por él representado. En particular se pretende que sirvan como instrumento de decisión, y a veces de predicción cuantitativa. Para esto, por supuesto, la analogía tiene que ser bastante completa y creíble.

Otro uso de los modelos, menos mencionado pero tal vez no menos importante, es como simple instrumento de descripción y explicación tentativas en los problemas cuya principal dificultad radica en la falta de definición clara y unánime de las ideas.

Conceptos como sociedad, cultura, vida, yo, inteligencia, tienen un significado tan rico y complejo que no se ha conseguido expresar de manera completa y satisfactoria para todos. Más notable aún es esta situación en los conceptos éticos y filosóficos.

Los modelos pueden usarse aquí para intentar la «reconstrucción» de conceptos, que consiste simplemente en hacer modelos que imiten algunas de las características de los conceptos y los sistemas típicos en que aparecen, con sus problemas más visibles. En etapas sucesivas se van agregando nuevas características que se percibe que faltan, diversificando los modelos para seguir las distintas corrientes de opinión, si no hay unanimidad.

De esta manera aparecerán por lo menos las dificultades lógicas (incoherencias, huecos, etc.) y los caminos para superarlas. Se espera también que permita comparar claramente las distintas opiniones, y mostrar qué atributos son incorporables al concepto y cuáles carecen de significado racional.

La difusión de los estudios sobre «inteligencia artificial» es una primera fase de esta empresa, que está en marcha sin que se haya tomado mucha conciencia de ella.

No entraremos a analizar rigurosamente toda esta nomenclatura y afirmaciones; no correspondería al objetivo de este trabajo. Pero debemos ser más específicos en ciertos aspectos.

Para disipar ciertas confusiones frecuentes, conviene distinguir dos niveles de modelos: mental y explícito. A los modelos explícitos los dividiremos en tres clases: verbales, físicos y matemáticos, y entre estos últimos ubicaremos a la Experimentación Numérica.

MODELO MENTAL DE UN SISTEMA

Contiene lo que sabemos y pensamos acerca del sistema a partir del momento en que lo individualizamos y aprendemos a reconocerlo. Está formado por una *descripción* del sistema —componentes y características que hemos aprendido a diferenciar en él— y una *explicación* o *teoría* de su funcionamiento —relaciones causales (siempre hipotéticas) entre sus componentes— que nos permite creer que podemos predecir en algún grado su comportamiento —su salida—, y *controlarlo* en algún otro grado.

Este modelo o imagen mental va corrigiéndose por ensayo y error, por experiencia propia o comunicada, irracional o científica. Está en constante cambio en muchas de sus partes; otras, al contrario, adquieren una rigidez casi total con el tiempo: prejuicios y dogmas.

Los criterios con que se construyen estos modelos son: importancia, conveniencia, experiencia y razonamiento lógico; el orden, depende de la persona y el problema, pero en general lo más importante es la importancia, y lo menos frecuente, la deducción lógica.

Los conceptos que se usan en la descripción no son precisos sino difusos y cambiantes. No están todos presentes en la mente a la vez, lo cual explica que puedan cambiar de significado en partes distintas del mismo modelo. Estas incoherencias dificultan mucho el comportamiento racional; más bien estimulan la aparición de asociaciones varjadas, nuevos conceptos y un comportamiento intuitivo cuando no simplemente irracional.

Así una propiedad —que la Lógica representa por el conjunto bien definido de los individuos que la poseen— es aquí en realidad un «conjunto borroso», al que cada individuo tiene un grado o probabilidad de pertenecer, muchas veces intermedio entre sí y no, y además no conocido conscientemente. En cada oportunidad se lo ubica en sí o en no, pero esa ubicación no es permanente ni consistente.

Las relaciones o hipótesis están asimismo borrosamente definidas; no funcionan siempre de la misma manera. Según el uso que se quiere hacer del modelo, aparecen y desaparecen factores, cadenas completas de relaciones son reemplazadas por afirmaciones apriorísticas, sofisticas o irracionales, destinadas a obtener resultados deseados.

Hay reglas de identificación para decidir si dos sistemas tienen el mismo modelo, o partes comunes. Estas reglas están basadas en un modelo más general, que puede llamarse una visión del mundo. Son también difusas y con frecuencia teñidas emocionalmente.

Hay por último un mecanismo de evaluación: el éxito o el fracaso al tomar decisiones basándose en esos modelos. No se conoce ese mecanismo en sus detalles, pero sin duda debe contener reglas para identificar «la misma» relación en modelos diferentes, de modo que la experiencia con un sistema sea utilizable para el modelo de otro (inducción cruzada). Esta selección natural es lenta y costosa: muchas veces los resultados de una decisión se notan después de transcurrido mucho tiempo. Sus buenos resultados —visibles en nuestro dominio de la naturaleza— fueron posibles sólo gracias al aprovechamiento social de esos modelos y experiencias individuales: a la comunicación.

MODELOS EXPLICITOS

Son representaciones —o sea, modelos— de los modelos mentales, que los hacen comunicables, estables y mejor definidos.

La relación entre un modelo mental y su modelo explícito gira alrededor del concepto de «fidelidad», pero es muy compleja. Por una parte el modelo explícito difícilmente podrá ser muy fiel al mental, puesto que éste incluye todos los factores imaginables, con distintos pesos, y explicitarles requeriría un tiempo enorme durante el cual el modelo mental puede haber sufrido muchos cambios. Es necesario cortar en alguna parte, y así los modelos explícitos son siempre simplificaciones: el modelo mental es más rico, y por lo tanto mejor adaptado a «métodos» de tipo intuitivo.

Pero desde otro punto de vista, la fidelidad total no es conveniente, pues supondría aceptar todos los defectos —inconsistencias, lagunas, borrosidades— del modelo mental. En la práctica, por el contrario, el modelo explícito influye sobre el mental a medida que se va construyendo y pone en evidencia esos defectos.

La explicitación tiene además el efecto de favorecer los criterios objetivos (razonamiento lógico, experiencia) contra los subjetivos (importancia, conveniencia).

Puede llegar un momento en esta interacción en que el modelista acepta el modelo explícito; lo usa tentativamente como sustituto del mental, y entonces queda sometido a las reglas de validación empírica.

Pero como hay varias técnicas, o lenguajes, para explicitar modelos mentales, no debe olvidarse, al compararlas, que el criterio ya no puede ser sólo el éxito o fracaso en resolver un problema, pues esto puede depender más de la validez del modelo mental que del tipo de explicitación. Como lenguajes, interesa compararlos en cuanto cómodos, flexibles, ricos y adaptables a las manipulaciones que más nos interesan: en primer lugar, deducciones y construcciones lógicas que nos den a bajo costo las respuestas que buscamos.

MODELOS VERBALES

Descripciones de modelos mentales en el lenguaje ordinario. El lenguaje ordinario se adaptó para describir sistemas importantes para la supervivencia y logró un éxito considerable. Piénsese que con unas pocas frases sobre cómo cultivar el trigo se tuvo un modelo que fue suficiente para cambiar el destino de muchos pueblos, y que sería prácticamente imposible de explicitar en el lenguaje de la física atómica, por ejemplo.

Adaptado pues a modelar ciertos sistemas, el lenguaje ordinario tiene «rutinas» que hacen que esos modelos parezcan muy sencillos. Al aparecer sistemas muy diferentes comenzaron a verse sus deficiencias e insuficiencias: no es bastante preciso, no sirve para manejar muchos factores al mismo tiempo ni para iterar un razonamiento sencillo muchas veces; no es eficiente para razonar a nivel general y abstracto.

La Matemática y las ciencias naturales fueron las primeras en buscar nuevos lenguajes para explicitar sus modelos. Las ciencias sociales recién están empezando a hacerlo, y sus primeros intentos fueron —era inevitable— copiar los que sus hermanas habían ya ensayado con éxito.

MODELOS FISICOS

Representaciones de modelos mentales por medio de objetos o sistemas materiales, sean artificiales o naturales.

Parece bizantinismo decir que un modelo físico de un avión es en realidad modelo del modelo mental del avión real (y para abreviar, no lo haremos), pero no conviene olvidarlo. Es difícil explicar por qué una computadora analógica modela un sistema, sin pasar por la teoría del sistema. El modelo físico de un río cambia a medida que nuestro conocimiento del río cambia. Y el modelo del avión puede preceder al avión real.

Todo experimento de laboratorio se hace con un modelo físico. Un cobayo puede servir de modelo de un hombre, para ciertos propósitos. Los modelos en escala, reducida o aumentada, son conocidos por todos.

Al representar las componentes de un sistema con materiales físicos, y sus relaciones por interacciones físicas, químicas o biológicas, se alcanza la deseada claridad y estabilidad de los conceptos, y una simplicidad de manejo que puede ser decisiva (típico ejemplo es el descubrimiento de la estructura terciaria del DNA).

La complejidad que pueden alcanzar no es suficiente para las ciencias sociales, y el costo en general es elevado. Obligan entonces a simplificaciones indebidas.

Tienen además el defecto de introducir aspectos ajenos al problema, debido a los materiales empleados, o a la escala. Y si bien no hay peligro de que nadie confunda el gusto de una manzana con el de la pintura

que la representa en una naturaleza muerta, hay muchos casos —los modelos hidráulicos por ejemplo— en que no es fácil separar los efectos espúreos.

Estos modelos tienen una utilidad grande en las ciencias naturales, y como instrumentos educativos (piénsese en los juguetes). Las computadoras son quizás el máximo ejemplo de su poderío.

MODELOS FORMALES O MATEMATICOS

(MM de aquí en adelante)

Son los que usan como lenguaje a la Matemática en sus distintas ramas.

Puesto que la formalización es un lenguaje creado especialmente para facilitar los razonamientos lógico-deductivos, es natural que los MM tengan éxito en eliminar los defectos principales que señalamos en los modelos mentales, y que el lenguaje verbal y el físico sólo reparan a medias: inconsistencias, lagunas, borrosidad de conceptos y relaciones, poca reproducibilidad, dificultad para hacer cadenas largas de implicaciones.

El MM garantiza que se obtendrán muchas conclusiones válidas, y sólo conclusiones válidas, de las hipótesis que constituyen el modelo mental, sin introducir otras hipótesis de contrabando.

Las siguientes afirmaciones están abundantemente demostradas en la historia de las ciencias:

1. Los MM son los únicos que pueden ser fieles sin dejar de ser manejables, cuando el número de factores identificados en el sistema es alto, y son heterogéneos.
Es tan absurdo usar un modelo verbal o físico para describir las interconexiones de 1000 variables heterogéneas como explicar la Biblia por señas.
2. Los MM poseen un alcance deductivo superior a los otros.
Para verlo, basta proponerse la tarea de deducir los movimientos planetarios a partir de las leyes de Newton sin usar ecuaciones diferenciales.
3. Los MM son los más claros y fácilmente comunicables, criticables y perfectibles. Permiten en particular estudiar sucesivamente cada una de sus partes sin separarlas del contexto global, sin perder la interacción con el resto del sistema.
4. Un MM, por el solo hecho de funcionar —de poder ser resuelto— demuestra que el modelo mental no tiene inconsistencias lógicas ni lagunas de razonamiento: es consistente y completo.
Hay excepciones para todas estas afirmaciones, pero muy pocas en el campo de las ciencias sociales.

OTROS CONCEPTOS DE «MODELO»

Antes de pasar al estudio específico de los MM, veamos algunos otros usos de la palabra «modelo» también en boga.

En contextos normativos, «modelo» es un sistema al cual *hay que parecerse*. Desde «niño modelo» hasta «modelo socialista de desarrollo», de lo que se trata es de modificar el sistema en estudio hasta que el «modelo» sea también un modelo de él en nuestra acepción. Creemos que esta diferencia no ocasionará confusiones.

En Matemática y Lógica los referentes están invertidos con respecto a los nuestros: dado un sistema axiomático formal, un modelo de él es un sistema real —concreto o abstracto— que satisface esos axiomas (y que por el hecho de existir muestra que esos axiomas son consistentes). En otras palabras, es un ejemplo. Este uso nos parece injustificado, pero es difícil que nos moleste en la práctica.

En Epistemología se usa el término de manera análoga a la nuestra, aunque en general la tendencia a tomar la Física como «modelo» (en sentido normativo) de todas las ciencias añade una exigencia que no nos conviene aceptar.

Por ejemplo M. Bunge(21)¹ define el «modelo teórico» como representación parcial de la realidad, pero aplicado a conjuntos de sistemas análogos o equivalentes: las moléculas de agua, los hombres, las galaxias. Una descripción de sus propiedades usando las mismas variables, más una teoría general para todos los miembros del conjunto, forman el «modelo teórico», que nosotros llamaremos «genérico» (ver más adelante).

Creo que esta tendencia es dañina en ciencias sociales. Lleva a proponerse como problema *inmediato* hacer un modelo o teoría de las sociedades en general, o de un cierto tipo de sociedades, y ese problema es por ahora tan difícil que parece poco prudente dedicar muchos esfuerzos a atacarlo directamente. Tal vez podría usarse para estudiar hormigueros —hay muchos y a nuestros ojos muy parecidos— o la fisiología de una especie, pero ya ha tenido demasiados fracasos en analizar los sistemas sociales que más nos interesan.

Las analogías entre sociedades están a un nivel demasiado general para ser útil. Las leyes generales que se conocen son insuficientes para influir con éxito sobre la evolución de un sistema social. Por el contrario:

Una descripción y explicación de un sistema económico, social o político que tenga interés práctico, para la acción, debe llegar a tal grado de detalle que es raramente aplicable a otro sistema del mismo tipo, en el estado actual de las ciencias sociales.

Resumiremos esta afirmación diciendo que los sistemas sociales que nos interesan son «específicos». Veremos que la *Experimentación Nu-*

¹Corresponde a la bibliografía citada al final del capítulo.

mérica es un intento de usar modelos para estos casos específicos, donde hasta ahora los modelos teórico-genéricos han fracasado.

Huelga decir que no estamos proponiendo el abandono de los modelos teóricos —es ridículo cerrarse caminos— sino que se preste más atención a los modelos específicos, por la misma razón, entre otras.

III. GENERALIDADES SOBRE CONSTRUCCION DE MODELOS MATEMATICOS

Repasemos un poco la nomenclatura «sistemista».

El concepto de *componente* puede ser tomado como primitivo. La misma palabra «sistema» evoca un conjunto de componentes interconectados, como las piezas de un mecanismo. Con cada componente se asocian sus atributos: variables referidas a él, y, además, variables globales, que se refieren a todo el sistema o a varios componentes al mismo tiempo.

Formalmente, una componente de un sistema no es más que un subconjunto de variables de éste. A veces se pide que entre las variables de dos componentes pueda establecerse una correspondencia de significado. Así en un modelo demográfico, las componentes pueden ser las regiones en que se divide el país, y las variables de cada una llévan nombres comunes, como «población masculina de 18 años». Esto no es necesario. Puede haber distintos criterios para definir componentes, que incluso se superpongan parcialmente. Así, en el ejemplo dado, podrían tomarse a la vez como componentes los sectores productivos del país, o los grupos ocupacionales.

Con la palabra «variable» estamos designando a los atributos o características que distinguimos en el sistema, para indicar que tienen varios valores posibles y pueden variar de valor en el tiempo.

Los posibles valores de una variable forman un conjunto que llamamos su *rango*. El rango puede tener todas las estructuras de los números reales (suma, producto, orden, distancia, etc.), sólo algunas (frecuentemente el orden) o absolutamente ninguna (clases de una clasificación cualitativa, atributos que simplemente existen o no, etc.). A eso nos referimos cuando hablamos de variables cuantitativas, cualitativas o intermedias.

Por conveniencia práctica, los valores de las variables se simbolizan casi siempre con números, pero por lo antedicho, eso no implica ninguna afirmación sobre la posibilidad, realismo o conveniencia de usar las estructuras de los números.

Así, si la variable es «religión», y su rango está formado por los valores «cristiana», «mahometana», «hindú»; «budista», etc., podemos simbolizar estos valores mediante los números 1, 2, 3, 4, ..., pero con eso no estamos aceptando que el budismo (4) está más lejos del cristianismo (1), que el hinduismo (3) del islamismo (2), o que haya un orden

según el cual 1 es anterior (mejor, más popular, o lo que sea) que 2, etc., y mucho menos que 3 sea en algún sentido la suma de 1 y 2.

Estas trivialidades son bien conocidas, pero así como los ingenieros insisten en no olvidar de decir explícitamente cuales son las unidades con que se trabaja y de hacer «análisis dimensional», en nuestro caso deberíamos recomendar que al introducir cada variable se diga explícitamente cuáles estructuras matemáticas se admiten para su rango. Eso facilitaría hacer un «análisis estructural» para no cometer ciertos errores groseros. Lo cierto es que, en la práctica, uno adjudica a las variables todas las estructuras que le resulta cómodo usar, y esto puede llevar a absurdos si luego no se analiza a la luz de las definiciones.

Esta definición amplia del rango de una variable incluye entonces valores aleatorios y con error. Como las mediciones siempre tienen una precisión determinada (y las computadoras un número finito de cifras) y cotas máxima y mínima, es posible considerar que toda variable tiene rango finito.

Este punto de vista —opuesto al clásico esfuerzo por cuantificar lo más posible todas las variables— tiene muchas ventajas conceptuales y se adapta mejor a la computación. Para nosotros todas las variables tendrán pues rango finito, y el uso de números reales se considerará una aproximación a veces conveniente.

Decir que la variable es aleatoria significa entonces que se asigna una probabilidad a cada uno de los valores de su rango. Si la estructura algebraica del rango lo permite, podrá definirse un valor medio y demás parámetros estadísticos. En el caso más general sólo es posible decir cosas poco útiles, como identificar el valor más probable o medir lo lejos que se está de la información óptima con la fórmula $-\sum p_i \log p_i$.

El tiempo también se considera una variable discreta, pues siempre puede darse un intervalo mínimo por debajo del cual no hay cambio que interese ni práctica ni teóricamente, para el sistema en estudio. Aún los sistemas físicos de alguna complejidad, en última instancia se analizan numéricamente, lo cual implica usar tiempo discreto.

Cada atributo del sistema es entonces una *serie temporal* que indica el valor de esa variable en cada intervalo. La elección del tamaño del intervalo no es trivial: no puede ser demasiado pequeño porque alarga los cálculos y aumenta los errores numéricos, ni más grande que la duración de los procesos más cortos. No es forzoso usar intervalos de la misma duración.

El comportamiento de un sistema se describe a lo largo del tiempo mediante un conjunto de atributos, características, síntomas o índices; series temporales que llamaremos «variables de estado» porque sus valores en un tiempo dado constituyen por definición el *estado* del sistema en ese momento.

Las variables de estado deben incluir todos los atributos del sistema

importantes por sí mismos o necesarios para explicar su funcionamiento. Dependen de los objetivos del estudio: el nivel de ruido en una fábrica puede ser una variable de estado importante para un médico, pero no para el inspector de impuestos.

Cuando se estudia un sistema social en un momento dado por medio de un censo o encuesta, las variables de estado son las preguntas del cuestionario, y sus rangos las respuestas posibles. La misma encuesta, repetida trimestralmente, daría una serie temporal trimestral para cada variable.

Las componentes están *conectadas* por hipótesis o leyes sobre las relaciones causales entre sus atributos. Componentes y conexiones dan una imagen gráfica del sistema, en rigor innecesaria, pero cómoda para pensar.

Los distintos tipos de variables y conexiones pueden describirse mejor haciendo un esquema de cómo construir el MM de dos ejemplos bien distintos.

Se supone en primer lugar que el sistema en estudio está bien identificado, cosa que no siempre ocurre en la práctica y que depende de la imagen del mundo que tenga el investigador (por ejemplo, para decidir si ciertos factores se consideran pertenecientes al sistema o al medio).

a) Se expresan los objetivos del estudio en términos de variables bien definidas en cuanto a su contenido empírico: las *variables de salida* o *indicadores*. Bien definidas significa que se dan sus rangos y se sabe como evaluarlas en la realidad a satisfacción del usuario.

Este paso es la descripción normativa del sistema; contiene todo lo que interesa averiguar como objetivo del estudio. Todas las demás variables del modelo se introducen y tratan en función de éstas. Las variables de salida son variables de estado.

Ejemplo 1: Control de natalidad. Se trata de elegir una política demográfica, y más específicamente, de control de natalidad, en un país. Algunos indicadores o variables de salida son indiscutibles: tamaño de la población a lo largo del tiempo, bienes necesarios para consumo, demanda de mano de obra para producirlos, equipo que requieren, y necesidad de financiación externa resultante. En segunda aproximación, grado de desagregación de esas variables: pirámides de población por regiones, sexo y quizás otros criterios (como grupos sociales o nivel de ingresos); niveles de calificación de la mano de obra; sectores productivos, etc.

Ejemplo 2: Velocidad de escape. Se trata de calcular con qué velocidad debe lanzarse verticalmente un proyectil de forma dada para que escape a la atracción del planeta sin nuevos gastos de energía. Salida única: altura máxima alcanzada.

Es usual que durante el estudio aparezcan nuevos objetivos o se

MODELOS MATEMATICOS Y EXPERIMENTACION.

redefinan los antiguos. No conviene entonces ser demasiado restrictivo o económico al elegir las variables de salida.

b) Se identifican todas aquellas variables que influyen sobre los valores de la salida. Vamos a distinguir tres tipos de ellas:

CONTROLES

O variables instrumentales: Sus valores durante el periodo en estudio pueden variarse a voluntad, dentro de ciertos límites. Las *decisiones* se refieren a ellos.

Son exógenos, y representan las políticas a ensayar. A veces no parecen exógenos pues sus valores dependen de lo que ocurre en el sistema (una política puede y debe tomar en cuenta lo que está ocurriendo); pero en realidad lo que es exógeno es la *estrategia* (en el sentido de la teoría de juegos), o plan de acción, que tiene previstas de antemano respuestas a todas las eventualidades.

Hay sin embargo un tipo de modelos (como los juegos de empresa) en que el usuario se informa de todo en tanto del estado del sistema y en ese momento elige los valores de los controles, en vez de tener todo decidido desde el comienzo.

Ejemplo 1: Gastos en campañas sanitarias o por el control de natalidad, planes de desarrollo regional y sectorial, política fiscal, tecnológica, salarial, etc.

Ejemplo 2: Velocidad inicial.

VARIABLES EXOGENAS

O condiciones de contorno, que influyen sobre el sistema pero no son influidos por él —en primera aproximación— ni controlables a voluntad.

Ejemplo 1: Adelantos tecnológicos en sanidad, producción, etc. Recursos naturales. Precios internacionales. Demanda de exportaciones.

Ejemplo 2; Propiedades de la atmósfera; masa y radio del planeta (pueden ser considerados también como parámetros).

VARIABLES ENDOGENAS

Todas las demás variables necesarias para calcular la salida, incluso las de salida. Sus valores se calculan a su vez en función de las exógenas, los controles, y valores anteriores de ellas mismas.

Algunas se introducen simplemente por comodidad de cálculo: se las llama variables intermedias; las demás son las variables de estado: tienen interés propio porque sus valores constituyen por definición la descripción del sistema. De éstas hay que dar los *valores iniciales*, del período básico, o sea el anterior al primer período que se calcula.

Ejemplo 1: Además de la salida: oferta de recursos humanos de distin-

tos tipos, número de nacimientos, muertes, casamientos, etc., importaciones, deuda externa, capacidad ociosa, etc.

Ejemplo 2: Posición, velocidad y aceleración del proyectil; fuerzas de atracción gravitatoria y de rozamiento atmosférico.

Las ecuaciones diferenciales también distinguen variables de control, condiciones iniciales y de contorno.

c) Se dan las hipótesis sobre el mecanismo causal del sistema, es decir, se indica explícitamente cómo calcular la salida en función de las demás variables endógenas, exógenas y controles.

Dados los valores de la *entrada* (controles, exógenas y valores iniciales de las variables de estado) se llega a los valores de la salida por una sucesión de pasos intermedios; cada uno de éstos es una relación o conexión (ley natural o simple hipótesis) entre varias variables, que permite calcular algunas de ellas, conocidas las demás. Esta conexión puede ser:

Una definición, explícita o implícita (por ejemplo una identidad que se usa para calcular un término en función de los otros).

Ejemplo 1: El número de nacimientos se obtiene multiplicando la población femenina de cada edad y región por su respectivo coeficiente de natalidad, y sumando. Los que cumplen 20 años este año son los que cumplieron 19 el año pasado menos los que murieron de ellos.

Ejemplo 2: La velocidad es la derivada de la posición con respecto al tiempo.

Una ley o hipótesis causal (ecuación de comportamiento), en la que algunas de las variables funcionan como factores independientes —causas— y otras como dependiendo causalmente de aquellas. Cada una de estas hipótesis incluye todos los factores que tienen influencia significativa (con respecto a la precisión deseada): los que no aparecen explícitamente están implícitos en los valores de los parámetros.

El lenguaje matemático usado tiene que ser capaz de representar estas influencias de la manera más fiel posible, no limitándose a emplear las formas funcionales usuales de la Matemática. En particular, las variables cualitativas exigen el uso de funciones lógicas, tablas de correspondencias, rutinas especiales entre conjuntos finitos.

Ejemplo 1: El coeficiente de natalidad depende de la educación, nivel de ingreso y del gasto en campañas de control. Las migraciones dependen del estado de los mercados de trabajo. El consumo depende del nivel de ingresos, los precios, etc. Como se ve, cada relación de éstas implica aceptar toda una teoría de comportamiento.

Ejemplo 2: La fuerza gravitatoria es función de la altura (ley de Newton). La fuerza de rozamiento es función de la velocidad y forma del proyectil y de las propiedades de la atmósfera a esa altura.

PARAMETROS

Las leyes o conexiones incluyen coeficientes, exponentes, cotas y otros parámetros cuyos valores deben darse, y que en general son constantes, aunque no necesariamente. Son análogos a las variables exógenas y sólo se diferencian de ellas en que su significado está dado a través de las relaciones en que figuran; no tienen contenido empírico independiente, a menos que se tornen muy familiares (como la productividad).

Ejemplo 1: Coeficientes de deserción y repetición, elasticidades de consumo, coeficientes marginales de capital.

Ejemplo 2: Constante gravitatoria, parámetros que definen la forma del proyectil.

Tres observaciones, bien conocidas, sobre las conexiones causales:

Causalidad no implica determinismo: las conexiones pueden contener variables aleatorias, de modo que sólo determinan ciertos parámetros estadísticos de la salida.

La concatenación de varias relaciones causales hace a menudo que A aparezca como causa de B, y B como causa de A. Esto no entraña contradicciones ni círculos viciosos. La mayoría de las veces las dos influencias están separadas en el tiempo: A(t) influye sobre B(t), pero B(t) sobre A(t+1). Cuando hay simultaneidad (como en la atracción gravitatoria entre dos masas), estas relaciones pueden siempre reemplazarse por otras equivalentes, donde ninguna de las variables en interacción aparece como independiente. Esto es, se resuelve el sistema de relaciones simultáneas.

Hay quienes se niegan a usar la terminología causal —o la finalista— y prefieren el lenguaje estadístico «A y B están correlacionadas». Pero si esta correlación se usa en el modelo para calcular B dado A, la diferencia es puramente terminológica, y hasta puede ser útil para recalcar la inseguridad de nuestro conocimiento.

Para terminar con la terminología sistemista, un par de definiciones útiles.

SUBSISTEMA

Un subsistema de un sistema S, es un sistema SS cuyas variables todas figuran en S, y cuyas conexiones se conservan lo más posible, en este sentido:

Toda variable de SS se calcula de la misma manera que en S, si todas las variables necesarias para el cálculo están también en SS. Si no, no se exige nada.

Así un subsistema se obtiene de un sistema quitando algunos atributos y algunas componentes.

AGREGACION

Un sistema S es una agregación de otro T, si cada componente de T puede considerarse *incluida* en una componente de S, en el siguiente sentido:

1. A cada componente c de T se le asigna una componente d de S. Todas las componentes de T a las que corresponde la misma d de S, se dice que son subcomponentes de d o que están incluidas en d.
2. Cada atributo de una componente d de S puede calcularse en función de los atributos de sus subcomponentes en T.
3. El cálculo de una variable x de S dentro de S (es decir, en función de otras variables z de S) es compatible con T, en el sentido que el siguiente diagrama es conmutativo:

$$\begin{array}{ccc} & t & \textcircled{\otimes} \\ h \uparrow & \xrightarrow{f} & \uparrow g \\ v & \xrightarrow{f_1} & z \\ & T & S \end{array}$$

O sea, que se obtiene para x el mismo resultado si a partir de las variables v de T se siguen los dos caminos posibles: calcular en T, por medio de las funciones h, las variables t que según la condición 2 permiten a su vez calcular x (mediante la función f), o alternativamente: calcular a partir de v, según la condición 2, los valores de todas las variables z de S que intervienen en el cálculo de x según la conexión g.

T es una *desagregación* de S, si —y sólo si— S es una agregación de T.

Está claro que el concepto de componente aparece sólo para aclarar el significado usual de la agregación, pero no es necesario. En realidad, tampoco es necesario recurrir a definiciones tan formales en esta etapa de la metodología de modelos.

LOS LENGUAJES MATEMATICOS

Es necesario hacer aquí una advertencia no trivial: el lenguaje matemático puede decirse que no es único, en el sentido que contiene diversas especializaciones con objetivos y problemas propios, que conducen a métodos y terminologías diferenciados.

Así el Análisis se ocupa de derivadas, integrales, ecuaciones diferenciales; le preocupan las funciones en cuanto a su continuidad y analiticidad, y usa esencialmente los números reales y complejos. Incluimos aquí a las Topologías, Variedades diferenciables, etc.

El Álgebra habla de grupos, espacios vectoriales, reticulados, polinomios: sistemas axiomáticos muy generales y sencillos (las estructuras más complejas no lo son mucho más que éstas) que trata de reducir a ejemplos canónicos universales. Sólo le interesan las funciones que respetan estas estructuras (como las matrices respetan la estructura

lineal y se ocupa de los números en función de ellas. Así un conjunto finito de números naturales con la estructura usual no le interesa, porque la suma de dos de ellos puede no estar en el conjunto.

La Teoría de Conjuntos se ocupa del infinito, o los infinitos, los problemas de su fundamentación axiomática, su ordenamiento. Tampoco le interesan los conjuntos finitos.

En Probabilidades se habla de Bayes, del teorema límite central, de complicados problemas de la teoría de la medida. Se usa el número real (se cuentan ciertos conjuntos finitos para computar probabilidades, pero eso ya pertenece a una rama aparte: la Combinatoria).

El Cálculo Numérico habla de error, convergencia y métodos específicos para distintos problemas de las demás ramas. Usa computadoras, y por lo tanto los conjuntos infinitos no deberían existir para él, pues no se puede aumentar indefinidamente la precisión. Le interesa no sólo la posibilidad de resolver una ecuación, sino también la velocidad con que ello puede hacerse. Su problema más usual es invertir un operador: dadas ciertas leyes de transformación —un sistema— hallar la entrada que produciría una salida dada.

La Estadística —como la Lógica— es una rama de la Epistemología muy formalizada, que usa sobre todo el lenguaje de las probabilidades para tratar su problema central: como medir la incertidumbre de las afirmaciones empíricas, y como disminuirla bajo diversos tipos de restricciones (costos).

Sus conceptos propios —muestreo, varianza, diseño experimental, tests de hipótesis— constituyen un lenguaje tan formalizado que se la confunde con una rama de la Matemática, lo cual no tiene la menor importancia.

Algunos de estos lenguajes son complementarios; otros, competidores (así, no hemos incluido la Geometría porque es traducible al Algebra y Análisis). El Algebra invade las demás, pero no a nivel práctico.

Estos lenguajes no se adaptan igualmente bien a los distintos tipos de sistemas que se desea representar. El Análisis sirve muy bien a la Física, lo cual no es extraño, ya que ella lo motivó: Todas las ramas de la Matemática se han inspirado hasta ahora en la Física —además de sus sujetos propios: Números y Geometría. Pero eso no garantiza que sean igualmente útiles a la Sociología, por ejemplo. Tal vez en eso está la explicación del limitado éxito logrado por los MM hasta ahora en las ciencias sociales (ver Varsavsky, 1967¹⁶).

Veremos que en las ciencias sociales —pero no sólo en ellas— aparece un nuevo tipo de MM, llamado de Experimentación Numérica o Simulación (ver más adelante), que exige un lenguaje en buena parte nuevo, y por ahora muy incompletamente desarrollado.

Esta multiplicidad de lenguajes es lo que justifica nuestra insistencia

en separar el modelo mental de sus explicitaciones. De otro modo se produce una confusión injustificable en otro problema grave: el de la validez de un modelo.

La situación está clara en Física. Una cosa es la validez de la Mecánica Cuántica, por ejemplo, y otra muy distinta la validez de la teoría matemática de autovalores. El primer problema es sustantivo; el segundo es interno del lenguaje, y en ese sentido podemos llamarlo metodológico. Las responsabilidades están claramente separadas, pues del problema metodológico no se ocupan los físicos —con abundantes excepciones— sino los matemáticos.

Como este lenguaje de la Física está suficientemente estudiado para todos los casos clásicos, los MM usuales de esta ciencia pueden mezclar los dos aspectos sin que la confusión resulte peligrosa.

Pero en Ciencias Sociales, construir un MM de modo que exprese lo que uno quiere y no otra cosa, hacerlo funcionar, y analizar sus resultados, es un arte que está en pañales, y que es metodológico, no sustantivo; corresponde a los matemáticos. Al mismo tiempo, los modelos mentales de estas ciencias son decididamente pobres: no hay teorías, no hay leyes, casi no hay hipótesis salvo a un nivel microscópico comparado con el gran problema de comprender cómo funciona la sociedad. Son pues dos posibles fuentes de error independientes. No deben mezclarse, o corremos el riesgo de rechazar o aceptar un lenguaje, no por sus virtudes o defectos propios, sino por lo que se está diciendo con él.

En particular tenemos que plantearnos como primer problema metodológico, cuál es el lenguaje mejor adaptado a las C. Sociales.

Muchos admiten ya que el lenguaje verbal, aun siendo muy útil como primera aproximación, es insuficiente e ineficaz para tratar a fondo las cuestiones de mayor interés.

Eso ha llevado a muchos a intentar el lenguaje matemático, —los modelos físicos se descartan sin muchas vacilaciones—, pero como era natural, confundieron la Matemática con sus ramas ya existentes, desarrolladas y probadas con éxito en la Física. Hubo así intentos de usar el lenguaje del Análisis, sobre todo en Economía (en algunos casos con bastante sofisticación); versiones infantiles de la Teoría de Conjuntos; Algebra (grafos, cadenas de Markov), sin que el éxito satisficiera las expectativas.

Mucho más se difundió el lenguaje estadístico —inescapable en toda ciencia con base empírica— pero llegando a extremos que prácticamente constituyen una ideología. Tampoco puede decirse que de ese modo se haya avanzado gran cosa en la comprensión de la dinámica social.

Debemos ahora ensayar el lenguaje de la Experimentación Numérica, o sea el de las computadoras como base, completado de la manera

que los pocos esfuerzos hechos hasta ahora van indicando, como veremos.

Este lenguaje —creemos— no puede esperar mucha ayuda del Análisis, Álgebra o Teoría de Conjuntos, en sus formas clásicas o ultramodernas. Es competidor de estos lenguajes y no sólo en C. Sociales.

Puede en cambio complementarse muy bien con la Estadística y el Cálculo Numérico.

MODELOS GENERICOS Y ESPECIFICOS

Los MM son deductivos: permiten obtener las implicaciones lógicas de sus hipótesis o premisas (conexiones). Pero esto no significa que deban funcionar necesariamente como los sistemas deductivos usuales, demostrando teoremas generales. Muchas veces es preferible que funcionen como sistemas *constructivos* o *productivos*, mostrando los resultados lógicos de aplicar una secuencia de instrucciones precisas y factibles.

Hay equivalencia lógica: los pasos de una deducción pueden expresarse como instrucciones para producir la tesis, y toda producción es deducible a partir de los datos y las instrucciones. Pero su utilidad práctica es diferente.

Las deducciones son útiles cuando se puede llegar a resultados de cierta generalidad, aplicables a muchos casos. Así, conviene mucho deducir las propiedades generales de la solución de la ecuación diferencial lineal total de segundo orden, que es un MM de muchos sistemas.

Si en cambio estamos estudiando el problema demográfico citado, en cierto país, son muy pocas las propiedades generales útiles de su MM que pudieran servir para más de un país. Peor aún, es difícil que existan dos países a los cuales pueda aplicarse el mismo MM —diferiendo sólo en los valores de los parámetros y las variables exógenas— a menos que se utilice una agregación muy grande, y por lo tanto poco interesante. Es un MM *específico* de un cierto sistema social, no aplicable a otros, y muchas veces no aplicable al mismo sistema en otro período histórico (por ejemplo, ¿qué sentido tendrían las ecuaciones que permiten calcular los coeficientes de natalidad en función del gasto público en campañas de propaganda, de hace diez años?).

Los modelos *genéricos*, aplicables a diversos sistemas, han tenido grandes éxitos en la Física, y se conocen muchos intentos similares en Economía. El modelo de Harrod-Domar y el de von Neumann son interesantes para un economista porque permiten deducir de inmediato propiedades generales, válidas para cualquier sistema cuyo modelo mental sea expresable así. Por desgracia no existen sistemas económicos representables satisfactoriamente por esos MM —la teoría es sustantivamente mala— aunque hay innumerables sistemas físicos a los cuales el modelo de Harrod-Domar se aplica muy bien— con otros nombres

—y permite extraer automáticamente algunas conclusiones no muy profundas pero útiles.

No hay que creer que todos los modelos físicos son genéricos. Ejemplos como la predicción del tiempo, los terremotos o el comportamiento de un río, muestran que los sistemas naturales de interés en la vida cotidiana también requieren modelos específicos pues su complejidad es grande.

En estos modelos específicos es costoso y no muy necesario buscar soluciones generales. Lo que se hace es plantear directamente el caso particular en estudio, con sus datos numéricos, y buscar la solución numérica correspondiente a cada situación especial en que se quiera ensayar su funcionamiento. La búsqueda de soluciones numéricas se hace indicando al calculista cuáles son, una tras otra, las operaciones que deben hacerse para llegar al resultado.

Como además las computadoras trabajan sólo de esta manera —un programa es una secuencia de instrucciones— se comprende que sea tanto más usual hoy decir «haga A», que «A es verdad», al construir modelos.

Debemos observar que los clásicos criterios de elegancia, simplicidad, simetría, etc., tan caros a los físicos y matemáticos, casi siempre son contraproducentes para los modelos específicos. Si pretendemos hacer un modelo económico que trate a todos los sectores productivos de la misma manera, fracasaremos, porque en cada uno de ellos interesan realmente cosas diferentes, tanto en la explicación de su funcionamiento como en su misma descripción (por ejemplo bienes comparados con servicios). Tendremos entonces que dar un tratamiento especial a cada sector, y eso destruye toda la estética del modelo. Lo mismo pasa si queremos estudiar con realismo un sistema ecológico, o la fisiología de un animal.

El modelo genérico, la búsqueda de soluciones generales, es útil cuando es capaz de explicar las diferencias entre sus casos particulares. En Física, sistemas aparentemente muy distintos resultaron ser descritos por un mismo modelo genérico, que los reproducía a todos simplemente variando parámetros. Es difícil e innecesario renunciar a esa esperanza en las Ciencias Sociales, pero parece que el camino para alcanzarla pasa por el estudio previo de muchos casos particulares, mediante sus modelos específicos. Recién estamos en el comienzo de ese camino.

INFLUENCIA DEL MEDIO

Aparte de la complejidad interna de los sistemas sociales, otro motivo del fracaso de sus modelos genéricos está dado por su también compleja relación con el medio, que hace irreales todas las simplificaciones que proponen considerar al sistema en aislamiento.

Cuando un sistema es aislado, se supone que su estado en un momento dado (incluyendo valores anteriores de sus variables como nuevas variables) determina sus estados futuros. Esto es en esencia la causalidad.

Como la causalidad no puede fallar, pues es la base de la ciencia, cuando parece fallar se busca la explicación por dos caminos principales.

El estado del sistema no estaba bien definido: hay otras variables —variables «ocultas»— que influyen y no habían sido tomadas en cuenta. Dos sistemas que difieren sólo en los valores de sus variables ocultas parecen estar en el mismo estado, pero pueden evolucionar de manera diferente.

Mientras no se individualizan esas variables ocultas, es costumbre reemplazarlas por un factor aleatorio del que sucesivas investigaciones van reduciendo la importancia.

La otra explicación es que el sistema no estaba realmente aislado: factores externos influyeron para que las predicciones fallaran.

Ningún sistema está completamente aislado, o sería inobservable. La noción de que podemos observar un sistema sin influir sobre él ha sido rechazada por la Física, y su falsedad es un lugar común en ciencias sociales. Pero frente a otras influencias externas, ésta es despreciable en primera aproximación. Nos interesa más reconocer que todo sistema social está en íntima interacción con su medio ambiente, haya o no observadores, y que no puede predecirse casi nada si no es sobre ambos simultáneamente.

Las ciencias naturales no desconocen esta situación. Es imposible en la práctica predecir la trayectoria precisa de una molécula de un gas, pues la perturban tantos choques con otras que los cálculos no pueden hacerse por buena que sea la teoría: el sistema —la molécula— no está aislado, y no se tienen datos suficientes sobre todos los factores externos que influyen sobre él.

En lugar de desesperarse por esa imposibilidad práctica, los físicos se resignaron con un «total ese cálculo no nos interesa» e inventaron en cambio la Termodinámica, la Mecánica Estadística y el método de Montecarlo para tratar esos problemas. Tal vez esa resignación sería más difícil si el tamaño de los físicos fuera similar al de las moléculas y pudieran entonces interesarse por alguna de ellas en particular. Ésta es la desventaja de los científicos sociales: aún admitiendo por analogía que la «trayectoria» de un individuo o un grupo social puede ser impredecible, sería difícil autoconvencerse de que eso no es interesante.

En un MM, la influencia del resto del mundo se describe mediante las variables exógenas y los controles. Para predecir el comportamiento

del sistema es pues necesario conocer estas variables exógenas a lo largo de todo el periodo de estudio.

Cuando se trata de reconstruir la historia resulta relativamente sencillo, pues basta buscar la información existente acerca de esas variables. Pero cuando el MM se usa para tomar decisiones se necesita predecirlas, y son muchas y de evolución compleja. En otros términos, para estudiar una parte del universo necesitamos conocer mucho acerca del resto. Y no sólo no tenemos teoría acerca del «resto del universo» o medio ambiente, sino que la recolección de los datos necesarios para definir su estado inicial es una tarea monstruosa. Y como las decisiones tienen un plazo para tomarse, no puede gastarse cualquier cantidad de tiempo en recoger datos.

Y esto todavía implica haber hecho la simplificación —no siempre justificable— de que el sistema no influye a su vez sobre el medio.

Los sistemas sociales son específicos entonces no sólo porque sus características internas lo son, sino porque no están aislados: el medio influye mucho sobre su comportamiento, y no hay nada más específico que el medio: no sólo cambia de un lugar a otro y de un sistema a otro, sino que varía enormemente de un periodo a otro, de modo que muchas veces no puede decirse que un sistema sea análogo a sí mismo en dos épocas diferentes.

IV. TIPOS DE MODELOS MATEMATICOS EN LAS CIENCIAS SOCIALES

Resumamos primero las diferencias principales entre sistemas sociales y sistemas físicos que hemos ido mencionando.

a) Número de variables necesario para describir un sistema. En la Física usual muy pocas, o agrupables en muy pocas categorías, de modo que las conexiones son todas similares. En Ciencias Sociales, muchas —centenares o millares— con características y tratamientos muy heterogéneos, de modo que las hipótesis que las vinculan son de muy diferentes tipos.

b) Fundamental importancia de las variaciones «locales» en la Física (temperatura en puntos muy próximos, cambio de posición en intervalos muy cortos), cómodamente expresables en el lenguaje del Análisis. Poca importancia de la continuidad en el tiempo y el espacio en las Ciencias Sociales, reemplazable sin inconvenientes —más bien con ventajas— por un tratamiento discreto. Análisis y Topología tienen muy poco que aportar a éstas.

c) Variables fácilmente cuantificables, medibles y manejables, con reproducibilidad de resultados y criterios de precisión mucho más elevados que los de nuestra vida cotidiana, para la Física. Cuantificación difícil en Ciencias Sociales y con precisión del nivel usual en la vida

MODELOS MATEMATICOS Y EXPERIMENTACION...

cotidiana. Predominancia de variables cualitativas o con muy pocas de las estructuras de los números.

d) Interés especial por la predicción y la explicación como fines de la actividad científica, en Física. Énfasis mayor en la decisión y el control como fines, y en la descripción como instrumento, en las Ciencias Sociales. En Física se destaca el observador; en éstas aparece la responsabilidad de actuar.

e) Modelos genéricos y específicos respectivamente. Propositiones generales e instrucciones de cálculo.

f) Abundancia de estructuras algebraicas sencillas: simetrías, regularidades, simplicidad en los sistemas físicos. Lo contrario en los sociales.

g) Aproximaciones lineales increíblemente buenas en Física, lo que estimuló la búsqueda de soluciones «cerradas»: las fórmulas que dan el valor de la incógnita como combinación explícita de funciones elementales de los datos. La linealidad en cambio no sirve ni como primera aproximación en la mayoría de los sistemas sociales, aún en los pocos casos en que las variables permiten hablar de aditividad (la excepción más destacada es la de los insumos intermedios en el proceso de producción, que da su utilidad a la matriz de Leontiev, pero aun ésta es una aproximación muy grosera).

h) Mayor importancia de los estados de equilibrio que de los «transitorios» que conducen a ellos, en la Física (lo cual simplifica mucho las cosas). Los sistemas sociales no se estudian en estado de equilibrio. Generalmente ni siquiera interesa saber si tienen estabilidad asintótica (salvo a algunos «economistas» matemáticos). Sólo los transitorios interesan, pues el futuro va perdiendo importancia a medida que es más lejano. No hay estabilidad ni verdaderos ciclos: la historia no se repite.

i) La relación entre el sistema y su medio ambiente es cualitativamente distinta. En Física el ambiente se supone controlable; por eso pueden repetirse los experimentos «en las mismas condiciones», y sus efectos están bien definidos. En Ciencias Sociales la suposición de «ceteris paribus» es una ilusión; en la realidad las condiciones externas no se repiten y su influencia es múltiple y difícil de describir.

j) El método experimental da validez empírica a los modelos de la Física: un modelo genérico se verifica aplicándolo a numerosos casos particulares. En Ciencias Sociales casi no hay experimentación posible (pero ver método Numex); lo más parecido es la historia previa del sistema, pero un modelo puede ser bueno para un período y malo para otro, aún cercano.

Esta contraposición es por supuesto demasiado esquemática: hay excepciones por ambos lados, y hay muchos sistemas intermedios (por ejemplo los que aparecen en Ingeniería y en Microeconomía). Es pre-

visible sin embargo que las Ciencias Naturales se ocuparán cada vez más de sistemas que tienen características más parecidas a los sistemas sociales que a los físicos. Crece el número de variables y su heterogeneidad, las ecuaciones pueden plantearse en términos discretos, pues de todos modos deben resolverse por métodos numéricos; desaparecen las linealidades y el interés por el equilibrio, e incluso la experimentación empieza a mostrarse débil: aún después de miles de ensayos experimentales, el primer vuelo en un nuevo satélite no es como los demás.

Veamos ahora los distintos tipos de MM que se usan en las Ciencias Sociales.

MODELOS ANALITICOS-ALGEBRAICOS

Llamados así por el lenguaje que usan. Simplifican el modelo mental hasta poder representarlo por algunas ecuaciones de las que los matemáticos saben manejar. La idea es usar todo lo que tuvo éxito en la Física. Cuando los resultados no son satisfactorios, la tendencia es a usar matemáticas cada vez más sofisticadas y «modernas». Por este camino de adaptar procustianamente la realidad al lenguaje, se ha llegado a extremos ridículos, pero también hay algunos resultados de valor.

Ejemplos interesantes son los modelos de Harrod-Domar y sus extensiones y generalizaciones; los modelos de Leontiev y von Neumann; las ecuaciones de Volterra y Lotka en ecología; algunas aplicaciones de los procesos de Markov y de la nomenclatura de grafos (v. Kemeny-Snell, 1963³²), algunos modelos simples de memoria, caracterizaciones axiomáticas de la utilidad y preferencia, etc.

No ha habido éxitos espectaculares, ni teóricos ni prácticos. Incluso la teoría de Juegos, fabricada especialmente para aplicarse a la competencia económica, no ha resultado una herramienta útil. Hay, eso sí, gran tendencia a utilizar la terminología de Juegos, Información, Topología, Cibernética, etc., lo cual no tiene nada de malo mientras no haga creer a los legos que se está usando las teorías respectivas.

Una herramienta de este tipo muy popular en Economía es la Programación Lineal, con sus generalizaciones. Sin embargo es fácil verificar que la mayoría de sus aplicaciones exitosas se refiere a los aspectos de esta ciencia que menos tienen de sociales: proceso microeconómico de producción y de transporte, mezclas óptimas de gasolinas o alimentos, etc. Cuando pretenden aplicarse por ejemplo a la planificación general (modelo francés de CERMAP) su utilidad es más dudosa.

Todas las características que hemos asignado a las ciencias sociales en los párrafos anteriores, si son ciertas, nos muestran que es muy poco lo que puede esperarse de este tipo de modelos. Son sus supersimplificaciones, a veces caricaturescas, las que han desacreditado a los MM entre muchos cultores de estas ciencias.

MODELOS ECONOMETRICOS

Lenguaje estadístico. No aceptan las relaciones causales sugeridas por el modelo mental a menos que sean verificadas estadísticamente por series históricas que describen el pasado del sistema en estudio.

En principio están libres de los defectos de los modelos analíticos y permiten representar toda la complejidad de los sistemas sociales. Pero en la práctica, la escasez de datos históricos que permitan analizar todas las regresiones necesarias, obliga a hacer simplificaciones y modificaciones ad hoc al modelo mental, hasta perder a veces toda semejanza con él. Fiel a su tradición positivista, la Econometría se adapta más a los datos «científicos» existentes que a las veleidades «metafísicas» del modelo mental. Así llegó a tomarse una vez en serio una buena correlación entre los ciclos económicos y las manchas solares.

Por supuesto ya nadie cae en semejantes aberraciones. Y a nadie se le ocurriría tampoco rechazar todas las correlaciones inesperadas, o nuestro pensamiento se fosilizaría. Nadie en su sano juicio va a rechazar una función convalidada cuantitativamente en numerosos y variadas circunstancias a favor de otra que no lo está; al contrario, aquella reemplazará a ésta en el modelo mental en cuanto se advierta su persistencia. Rechazar *en principio* los modelos econométricos significaría rechazar la experiencia como guía.

Pero en la práctica, las muy pocas correlaciones dignas de fe que hay en las Ciencias Sociales ya han pasado a formar parte de los modelos mentales, y están fuera de discusión. El problema está en las otras; obtenidas para un determinado periodo histórico de uno o dos sistemas particulares, con datos raras veces libres de sospechas, se les da prioridad sobre el modelo mental en cuanto sus índices de confiabilidad usuales llegan al 95%. Esto es inadmisibile: los modelos mentales también se basan en la experiencia, no sistematizada pero mucho más amplia que la utilizada por el econométrista, y que por lo tanto ha podido someterse a la prueba de las inducciones cruzadas sobre casos que según la visión del mundo del modelista son análogos. Más frecuentemente todavía, esa experiencia amplia sugiere motivos por los cuales una buena correlación puede fallar en el caso que interesa. Una larga y perfecta regresión entre consumo e ingreso puede ser estropeada por una nueva política social.

Una vez más: para los sistemas sociales, el futuro no tiene por qué repetir el pasado. Todo país que quiere salir del subdesarrollo niega justamente su pasado. Si va a basar su planificación en un modelo econométrico, que esencialmente extrapola el pasado, está derrotado de antemano. En este sentido el econométrismo exagerado puede decirse que refleja una ideología conservadora.

Repetimos: en principio hay que aplaudir la insistencia del econo-

metrista en prestar atención a la experiencia y desconfiar de los «pre-conceptos» mentales. En la práctica, el uso mecánico de recetas estadísticas puede producir una deformación profesional grave, que consiste en utilizar solamente aquella información aceptable para los rudimentarios métodos de la Estadística actual. Se desperdicia así una cantidad mucho mayor de información pertinente, porque la Estadística aún no ha aprendido a sistematizar su uso. Sobre la base de esa otra información, un científico tiene derecho de rechazar una correlación buena, con el argumento de que los datos se refieren a «otras circunstancias» (e indicando cuáles son).

Sin duda cuando la Estadística se haya desarrollado más, estos problemas disminuirán de importancia. Por ahora el uso de este lenguaje impone casi siempre limitaciones y presiones perjudiciales.

Por otra parte los modelos con muchas variables no pueden atacarse con métodos estadísticos comunes. Piénsese que aceptar una correlación a nivel de 5% significa que sólo en 5 casos sobre 100 ella podría ser casual. Pero entonces, al manejar simultáneamente 100 correlaciones (cosa que ocurre en modelos todavía pequeños) hay alta probabilidad de que cinco de ellas no signifiquen nada y sean casuales. Y no sabemos cuáles de las 100 son las falsas.

Hay que usar entonces métodos que midan la confiabilidad global del modelo, pero de eso es muy poco lo que puede decir la Estadística por ahora.

Es usual hoy someter los coeficientes de los modelos econométricos a pequeñas variaciones numéricas para hallar los más sensibles y ver en cuánto afecta al resultado una imprecisión en ellos. A esto se le llama «simular», pues este procedimiento se empleó por primera vez en modelos de Simulación. Esto indica ya una sana tendencia a desconfiar de la aplicación mecánica de la Estadística.

Todo esto no significa que no haya modelos econométricos útiles. En ciencias sociales podemos citar a Alker, 1966 (18) y C. Domingo, 1968 (27) entre otros, y en Economía los modelos de países ya desarrollados, donde los cambios económicos son graduales, sea por la ausencia de medidas drásticas o por la inercia que su gran volumen produce. Un clásico ejemplo es el modelo de Klein y Goldberger, 1955 (33).

MODELOS DE SIMULACION

Este nombre se aplica hoy a todo MM más o menos realista que se resuelve numéricamente, pero nosotros trataremos de definir un poco mejor su campo para que sea más homogéneo metodológicamente.

Las definiciones en boga son muy amplias.

Naylor et al., 1966 (37): «Simulación es una técnica numérica para hacer experimentos en una computadora digital, que usa ciertos tipos

de modelos matemáticos y lógicos que describen el comportamiento de un sistema durante extensos períodos de tiempo real».

Mize y Cox, 1968 (35): «Simulación es un proceso de hacer experimentos con un modelo de un sistema en vez de, 1) experimentos sobre el sistema mismo, o 2) solución analítica directa de algún problema asociado con el sistema».

Estas definiciones casi no difieren de lo que el autor propuso llamar Experimentación Numérica, o Numex —Varsavsky, 1963 (15)—, pero en la práctica los métodos y los campos de aplicación son distintos.

Churchman, 1963 (22), en cambio, recalca que la diferencia entre los modelos de Simulación y los demás es que las reglas de validación son «non-error free»; requieren un muestreo de las entidades relevantes. Con eso se refiere a una característica más específica de la Simulación, heredada de su antepasado directo, el método de Montecarlo, de von Neumann, 1945 (36).

Para orientarnos, empecemos describiendo el campo típico de la Simulación. Los problemas que los textos de este método estudian son: colas de espera, inventarios, tránsito, reparación y uso de máquinas en talleres, procesos industriales completos, mercadeo y ventas. Luego hay innumerables extensiones de este método a otros campos —análisis microdemográfico, modelos militares, control de ríos, etc.— cada vez menos típicos. La primera lista es definitoria.

Podemos dar ahora algunas características generales de estos problemas. Ellas se ven también analizando los lenguajes especiales contruidos para programar modelos de Simulación: GPSS, SIMSCRIPT, DYNAMO, GASP, SIMULA y otros —ver Tocher, 1965 (41)— que contienen procedimientos adaptados a esos problemas.

Son *procesos*, con varias etapas cuya secuencia temporal es importante.

Sus componentes son desagregados al máximo: persona por persona, máquina por máquina.

El proceso es esencialmente aleatorio: casi todas las etapas y relaciones contienen variables aleatorias cuya distribución es dato.

Son modelos genéricos: aunque el sistema en estudio es muchas veces único, el proceso que interesa se repite en la realidad muchas veces en iguales condiciones a lo largo del tiempo, lo cual permite estimar empíricamente las distribuciones de las variables aleatorias y otros datos, y verificar predicciones del modelo antes de usarlo como criterio de decisión.

Interesa el funcionamiento del sistema en estado estacionario, de equilibrio aunque sea asintótico (una recomendación frecuente es dejar «calentar» al modelo: no hacer caso de los primeros resultados porque corresponden al «transitorio»).

El medio ambiente es relativamente controlable. Las variables son casi todas cuantificables.

Como se ve, ocupan una posición media entre los sistemas típicamente físicos y los sociales. Corresponden al campo de acción y punto de vista del ingeniero.

Buena parte de los textos de Simulación está destinada a explicar el manejo de variables aleatorias, y todos los lenguajes especiales tienen generadores de números al azar.

Como MM, el de Simulación es ecléctico, usa lo que le conviene de cada rama de la Matemática. Es una descripción formalizada —en lenguaje de computadora— de todos los detalles relevantes del proceso en estudio, en su secuencia real, incluyendo todos los factores que se desee y tomando en cuenta todos los lapsos que transcurren. Todas las incertidumbres están dadas explícitamente mediante variables aleatorias.

Un experimento numérico con ese modelo consiste en simular un posible caso particular. Se hace correr el modelo en la computadora con valores fijos para los parámetros ciertos, y generando por medio de números al azar (con las distribuciones dadas) los valores de las variables aleatorias (instante en que entra un nuevo cliente, tiempo que se tarda en atenderlo, etc.). Esto se hace durante un tiempo que se considera significativo, o hasta que alguna convención da el experimento por terminado.

En el famoso ejemplo pionero de von Neumann, cada experimento consistía en reproducir una posible trayectoria de un neutrón dentro de un blindaje de plomo, calculando con números al azar lo que le sucedía en cada choque con los átomos de plomo, hasta que era absorbido por algún núcleo o atravesaba todo el blindaje.

Muchos experimentos numéricos análogos daban una muestra aleatoria de lo que podía suceder. Así, si en 100 experimentos, 40 neutrones lograban atravesar el blindaje sin ser absorbidos, podía deducirse que el espesor no era suficiente. Se repetía entonces todo con un blindaje más espeso, hasta que la fracción de neutrones no absorbidos era suficientemente pequeña, según criterios de significatividad muestral.

No vamos a discutir ninguno de los muchos aspectos de este método pues hay abundante bibliografía al respecto: véase Naylor, 1969 (2).

LOS MODELOS NUMEX

Son modelos realistas de sistemas sociales grandes, como los que deben considerar los políticos y planificadores, con obvias extensiones a otros campos.

Ejemplos: desarrollo económico, conflicto social, estrategias políticas, evolución de civilizaciones, desequilibrios ecológicos.

El pionero en este campo fue E. P. Holland, 1961 (10), aunque sin

desprenderse del todo del punto de vista de la Simulación. Usó además ese nombre.

Características generales, además de las ya dadas para sistemas sociales.

1) La desagregación no puede llevarse al máximo por el enorme número de componentes elementales (todos los individuos o todas las empresas de un país). Así las componentes resultan ser grupos sociales, sectores productivos de tecnología homogénea, regiones, tipos de enseñanza, etc., cuya desagregación óptima depende del problema, y siempre es difícil de encontrar.

De todos modos, las desagregaciones significativas son siempre grandes, y en cuanto se cruzan tres o cuatro clasificaciones simultáneas, el número de parámetros se hace muy costoso de manejar. Si el país está dividido en 5 regiones, y en cada una consideramos 20 sectores solamente, divididos en 3 tecnologías, y deseamos estudiar el empleo en 5 categorías ocupacionales, tendremos necesidad de 1500 coeficientes de trabajo y otros tantos de salarios o beneficios.

La forma de reducir esta masa de parámetros es la «reagregación funcional»: si se cree que sólo hay 20 tipos de salarios diferentes (en valor inicial o evolución), se agrupan en 20 categorías los 1500 componentes y se requieren entonces sólo 20 parámetros. Si se cree conveniente no trabajar con más de 50 coeficientes de trabajo (productividades), se reagrupan los 1500 componentes en 50 categorías adaptadas a esa función por su homogeneidad con respecto a la productividad. Lo mismo se hace cuando la falta de información hace imposible utilizar toda la desagregación disponible.

De esta manera puede manejarse uno, para cada tipo de coeficiente, con la cantidad de éstos que le parezca a priori adecuada. Huelga explicar la ventaja de este sistema con respecto a usar un modelo inicialmente poco desagregado: aquí se usa una reagregación diferente para cada tipo de parámetro (aunque nos quedemos siempre con 20 categorías, ellas no pueden ser las mismas para salarios que para coeficientes de capital, por ejemplo, cosa inevitable en un modelo agregado); la reagregación es funcional, y para ello es necesario disponer de un esquema básico bastante desagregado.

2) Cada relación entre variables —aun si no se usa reagregación— es entonces una hipótesis de tipo global, de las cuales hay muy pocas en ciencias sociales (por ejemplo, efecto de la educación sobre la productividad en un cierto grupo ocupacional). Cada una de ellas requeriría un estudio especial, posiblemente con ayuda de modelos de Simulación detallados, como los estudios demográficos de Orcutt y otros³⁹.

Hay que manejarse pues con hipótesis dudosas, y frente a esta dificultad crítica hay dos caminos, que distinguiremos hablando de modelos «livianos» y «cargados». Estos términos se refieren a la «carga

teórica» que el modelo contiene: cantidad de hipótesis introducida explícitamente en el modelo.

Esta cantidad es arbitraria: una variable o parámetro usado por el modelo, puede ser calculado en el modelo —en función de otros— o dado exógenamente en toda su evolución temporal. Lo primero requiere conocer esa relación funcional, caso poco frecuente. Así, si el modelo incluye variables económicas, sociales y políticas, sería difícil encontrar consenso para una función que permitiera calcular la productividad de un grupo ocupacional en función de todas ellas.

En un caso así, un modelo Numex puede usarse con dos objetivos distintos. Uno, para ensayar formas funcionales en un marco integrado, justamente para hacer adelantar esa teoría inexistente. Hablaremos entonces de un modelo *cargado* de hipótesis sin confirmar, y más adelante nos referiremos a la manera de usarlo.

Otro, para tomar decisiones. En este caso es preferible eliminar todas las hipótesis dudosas y reemplazarlas dando exógenamente la evolución del parámetro o variable de la misma manera que se dan las variables exógenas usuales: mediante un estudio del caso particular en ensayo por un grupo de expertos, tomando en cuenta por supuesto todos los factores que se estiman importantes. Se reduce así esencialmente el orden de dificultad, pues se trata de estudiar un solo caso particular y no la teoría general: no se requiere toda la función sino sólo su valor en algunos puntos especiales.

Un MM es *liviano* si la mayor parte de sus parámetros varían exógenamente. En el límite son simples esquemas contables, cuyas ecuaciones sirven sólo para *definir* el significado exacto de coeficientes y otros parámetros. La habilidad del modelista se muestra aquí en saber elegir parámetros con significado muy familiar, que permitan comparaciones internacionales y de todo otro tipo, de modo de facilitar el consenso de los expertos que los definirán exógenamente.

A medida que se adquieren conocimientos teóricos sobre ciertos parámetros, su cálculo se hace endógeno, con lo cual el modelo se va «cargando» poco a poco.

El mismo sistema tiene pues modelos en diversos estados de carga teórica. Todos tienen en común un esquema básico donde figuran las relaciones indiscutibles entre las variables que definen el sistema, y las que definen implícitamente los coeficientes. Nótese que aún dando exógenos todos los coeficientes, el modelo contiene algunas hipótesis no seguras. Así, al decir que el empleo es igual a la producción por un coeficiente de trabajo, y dar el valor de éste exógenamente para el caso particular en estudio, se está aceptando una *linealidad local*: por el hecho de estar en cierto caso particular, se tiene una idea grosera del valor de la producción, pero no se conoce su valor exacto (de otro modo

no haría falta el modelo), y por lo tanto se admite que puede usarse el mismo valor del coeficiente para todo ese rango de posibilidades. Esto no es grave a menos que ese rango sea muy grande.

En adelante nos referiremos a modelos cargados.

En este caso, la incertidumbre provocada por las hipótesis dudosas no se trata con técnicas estadísticas —como hace la Simulación— sino que se propone:

a) usar las alternativas más probables o más típicas, según la experiencia previa del usuario, sistemática o no.

b) usar criterios y resultados cualitativos, aunque por comodidad las hipótesis se expresan cuantitativamente.

Así, si se quiere introducir en el modelo el efecto del entrenamiento sobre la productividad, se dará, para cada sector productivo, cada categoría de mano de obra, cada tipo de empresa (según su equipamiento y organización) y tal vez cada nivel de «satisfacción» de la mano de obra con su salario real, un par de hipótesis —una pesimista y una optimista— sobre el número aproximado de nuevas horas-hombre por unidad de incremento de producción sectorial que corresponde a cada alternativa de entrenamiento.

3) Son sistemas decididamente específicos. El modelo no se usa para estudiar lo que sucederá a la larga, cuando el sistema «entre en régimen», sino entre fechas reales dadas, en condiciones ambientales que pueden ser muy diferentes de las históricas y las de un futuro más lejano. No hay pues muchas posibilidades de hacer estudios empíricos ad hoc para salvar lagunas de información sobre datos y, peor aún, sobre la forma funcional de las conexiones.

4) El modelo *evoluciona*: de la misma manera que el sistema real no pierde su identidad aunque cambia en el tiempo —y el medio también— el modelo Numex debe modificarse para poder ser aplicado en distintos periodos (un plan económico se reexamina todos los años), pero puede decirse que se trata del «mismo» modelo. Como no todo cambia entre dos aplicaciones, buena parte de las lagunas mencionadas en 3) puede llenarse poco a poco, y hay más tiempo para hacer estudios específicos. En principio es deseable entonces que el modelo pase por un periodo de prueba y «educación» antes de ser utilizado. Esto tiene dos inconvenientes:

Ese periodo debe ser largo —años— y el costo, es de esperar, muy alto.

Durante ese periodo puede haber discontinuidades históricas que hagan necesaria una «mutación» del modelo: un cambio tan drástico que exige comenzar de nuevo las pruebas.

Por lo tanto estos modelos deben perfeccionarse sobre la marcha, y la primera vez que se usan puede correrse un riesgo no despreciable.

5) Las dos fuentes principales de incertidumbre en los modelos Numex son:

a) la forma de las hipótesis y los valores de los parámetros.

b) el comportamiento futuro de las variables exógenas, no controlables.

En cambio tiene menos importancia que en Simulación —relativamente— la incertidumbre sobre la duración de las etapas.

Todos estos problemas de insuficiencia teórica y de datos, se tratan por consenso de expertos, como hemos mencionado repetidas veces. Con esta frase no se alude a una simple consulta casual, sino a un procedimiento sistemático, que no podemos detallar aquí, y cuyos primeros ensayos se han hecho en el campo de la previsión tecnológica (método «Delphi» y otros análogos). Las necesidades de la modelística son más complejas que las de la Prospectiva usual, y el método del consenso de expertos debería elaborarse con mayor profundidad para que tuviera un valor científico adecuado. Creemos sin embargo que este tema se irá desarrollando a velocidad apreciable, dada su importancia práctica.

6) Con estos modelos no se puede pretender hacer predicciones cuantitativas. Su uso es como criterio de decisión cualitativa: elegir entre unas pocas alternativas de acción, cuyos efectos el modelo ayuda a comparar.

Se construye un conjunto de MM del sistema (que difieren en algunas hipótesis, o los valores de algunos parámetros) cubriendo todas las posibilidades compatibles con la información. Las alternativas de acción se comparan sobre cada uno de ellos.

Este método es similar al de una consulta de médicos para tomar una decisión crucial, como operar o no. Cada médico construye su modelo (mental) del enfermo, y compara en él los efectos de las dos alternativas. Si todas o casi todas las conclusiones coinciden, se toma esa decisión, aunque los modelos hayan sido muy distintos. Si están repartidas, se discuten los modelos.

Siempre hay muchos modelos mentales del mismo sistema, en primer lugar porque cada observador puede tener uno diferente, y además porque un mismo observador, dada la inseguridad de su conocimiento, admite numerosas alternativas y modificaciones a su modelo cuando reflexiona acerca de él. Ese número crece mucho más todavía si uno se pone a estudiar sistemáticamente las variaciones límites a que pueden someterse las distintas partes del modelo sin dejar por ello de ser aceptado como representación del sistema. Hay pues un universo bastante extenso de posibles teorías del sistema. La admisión de ese universo se da por consenso de los expertos responsables de controlar el sistema. En el caso de un investigador original —o un loco— puede reducirse a su opinión personal. La mucha confianza en un modelo

determinado puede hacer que ese universo sea muy limitado. La falta de tiempo para imaginar posibilidades también.

De cualquier modo, si de este universo elegimos algunos MM, los construimos, y sobre ellos hacemos nuestros ensayos, tendremos un ersatz del método experimental. Al conjunto de los elegidos lo llamaremos una «seudomuestra», porque se usa como una muestra pero, en el estado actual del arte, no se la elige como tal.

Sobre cada modelo de la seudomuestra se ensayan las alternativas a comparar: un experimento numérico por cada combinación modelo-alternativa.

Hay que admitir en este punto que el usuario tiene un criterio de preferencia, que le permite decir cual es «el mejor» de dos experimentos numéricos, observando sus resultados. Para cada MM de la seudomuestra puede entonces saber cuál es la alternativa preferible, o sea cuál es la decisión que tomaría si la realidad fuera como ese MM la pinta.

Los puntos de la seudomuestra quedan entonces clasificados según la alternativa que resulta preferida en cada uno de ellos.

El examen de esa clasificación permite extraer conclusiones útiles:

a) Si la alternativa x resulta ser la mejor en todos o en la gran mayoría de los casos, la decisión correcta es elegir x.

b) Si hay dos o más alternativas que resultan preferidas según los casos, sin mayoría decisiva, se comparan las clases correspondientes a ellas.

El objetivo es caracterizar esas clases de una manera intrínseca, descubriendo a qué responden sus diferencias. Puede resultar que los MM para los cuales resulta preferida la alternativa x son los que contienen una determinada hipótesis, o combinación de hipótesis, Hx; mientras que los que favorecen la alternativa z son los que en vez de Hx contienen otras hipótesis, Hz.

Con esto, el problema queda reducido a saber cual de las dos, Hx o Hz, es más probable. Eso significa que los esfuerzos y el tiempo disponibles pueden dedicarse a aclarar esa cuestión específica. Y aún más importante: una vez tomada la decisión de elegir digamos la alternativa x, se tiene la gran ventaja de saber cuáles son las condiciones más favorables a x, y por lo tanto se pueden emplear todos los instrumentos no incluidos en el modelo para hacer que la realidad se parezca lo más posible a las hipótesis Hx.

Una manera de caracterizar esas clases intrínsecamente es hacer Taxonomía Numérica de los MM según diferentes criterios de similitud, hasta obtener una clasificación que coincida aceptablemente con la basada en la alternativa preferida.

Si el resultado de un experimento pudiera evaluarse con un solo índice escalar —como una función de bienestar, o el beneficio esperado— podría tal vez utilizarse el criterio usual en teoría de la decisión:

se calcularía para cada alternativa el valor medio de ese índice sobre todos los MM (con ponderaciones diferentes para cada uno, si se justifican), y se elegiría la que hace máximo ese valor. Por desgracia, evaluar un sistema social con un solo índice es menos aceptable que la mayoría de los MM.

Al comienzo, es posible que la mayor utilidad de este método consista en mostrar *peligros inesperados*. Algunas corridas presentarán resultados muy indeseables, o incluso catastróficos. Una comparación con las corridas más normales permitirá encontrar las hipótesis culpables (sobre variables de cualquier tipo, controles o parámetros), y entonces los esfuerzos pueden concentrarse en no permitir que ellas se cumplan.

Al universo de modelos compatibles con el sistema, vamos a llamarlo «modelo ampliado» del sistema. Por abuso de lenguaje, usaremos el mismo nombre para la seudomuestra de ese universo.

Un modelo ampliado podrá decirse que es *predictivo* cuando todas las corridas hechas con los diferentes MM que lo forman tienen resultados que pueden considerarse similares según algún criterio previo de precisión. Ese resultado más o menos único es una predicción cualitativa, o semicuantitativa.

Si los resultados no son similares, el criterio de similaridad servirá para agruparlos en clases —por Taxonomía Numérica. Cada clase es una posible predicción cualitativa. El paso siguiente es tratar de caracterizar esta clasificación de los MM por atributos intrínsecos, como en b). Si se logra, se habrá obtenido una ley global —o fenomenológica— de la siguiente forma: «si el MM verdadero es del tipo A, la evolución del sistema será del tipo B».

En términos de «cajas negras», ésta sería una ley que vincularía el tipo de salida al tipo de entrada.

Lo antedicho es en buena parte teórico: son muy pocas las veces que este método se ha ensayado en la práctica. Para muchos sistemas sociales el modelo ampliado es tan grande, que resulta imposible costear la construcción de suficientes MM para representarlo. Se elige entonces unos pocos —o uno solo— con criterios no sistemáticos.

De todos modos, estas diferencias con el método de Simulación son demasiado grandes para que ambos lleven el mismo nombre, por más que compartan la importantísima característica de hacer experimentos numéricos en computadoras. Esto sugeriría la conveniencia de llamar Experimentación Numérica a ambos, pero eso sería muy difícil de conseguir. Usaremos entonces este término —o su abreviatura, Numex— para los casos descritos en este parágrafo.

V. VALIDACION

Un argumento frecuente contra el uso de MM en las Ciencias Sociales es que no puede demostrarse su validez. No se sabe qué confianza depositar en ellos.

Así planteado, ya sabemos que el problema es falso: la validez se refiere al aspecto sustantivo del MM, a su éxito como representación de la realidad, y no puede hacerse responsable de ello al lenguaje matemático sino a la teoría, al modelo mental que él está expresando. Si el MM no se construye, la situación no mejora: hay que validar directamente el modelo mental o su modelo verbal, lo cual seguramente no será más fácil. No puede buscarse en la sintaxis la solución a un problema semántico.

Hemos dicho en cambio que la explicitación del modelo mental, su traducción al lenguaje matemático introduce otro problema: su fidelidad, o validez en tanto que traducción.

El problema de la fidelidad parece más sencillo: en principio basta con que el usuario examine el MM y se declare satisfecho con él, o muestre los puntos en que debe reformarse. Esto significa creer que el usuario sabe bien lo que piensa, y conoce suficientemente el lenguaje matemático y el de programación. Además el proceso de examinar un modelo grande es pesado y está expuesto a errores: ya se conoce incluso casos en que el programador introduce por comodidad modificaciones difíciles de detectar, y que en ciertas condiciones pueden resultar importantes. Por ello debe preferirse un lenguaje de programación fácil de manejar, y con rutinas especiales para los algoritmos frecuentes.

Supondremos aquí que la fidelidad está asegurada, y dedicaremos las restantes líneas al problema, difícil según todos los autores, de la validez sustantiva.

Sin duda cuanto más difícil sea la validación, tanto más útil será tener expresado el modelo mental en un MM, por razones de claridad.

Además, sabemos que permite validar la consistencia y completitud de la teoría. Por el mero hecho de funcionar, el MM *demuestra* que la teoría que él representa no contiene inconsistencias, lagunas lógicas ni «borrosidades». Las variables se usan siempre con el mismo significado, todas ellas están definidas y de una sola manera; en fin la teoría es *formalmente* correcta. Esta validación formal no es de desestimar en modelos complejos.

Aun en el caso en que ya hay un juicio previo negativo sobre la teoría del sistema, es útil hacer su MM (pero cuestiones de costo pueden impedirlo). Un sistema complejo tiene muchas partes componentes, y si sobre algunas de sus interconexiones puede haber grandes dudas, es probable que sobre las otras las dudas sean menores; en todo caso habrá por lo menos alguna idea aceptable de su estructura cualitativa:

qué propiedades interesan de cada componente, cuáles interconexiones son importantes, qué relaciones lógicas hay entre las variables, etc.

La construcción de un MM matemático permite fijar claramente el contexto o marco de referencia en que se insertan las hipótesis dudosas, lo cual facilita su análisis y sustitución por nuevas hipótesis sin cambiar lo demás. El MM es útil aunque no sea válido, pues ayuda a mejorar el modelo mental, permitiendo una discusión clara de sus puntos más dudosos. Véase lo dicho sobre reconstrucción de conceptos en el párrafo II.

Pero seguimos con los aspectos formales. No iremos al fondo de la cuestión mientras no vayamos a la comparación con la realidad. No hay validación sustantiva que no sea empírica, aunque hay invalidaciones formales. Para éstas, es suficiente tener el MM, si es fiel.

Cada ciencia tiene sus métodos de validación empírica. Las ciencias naturales se basan en la observación de sistemas análogos, naturales o contruados ad hoc (experimentación con modelos físicos o biológicos), en diversos estados y en condiciones ambientales controladas. Es el método experimental. La Estadística tiene en estos casos adecuados criterios para diseñar experimentos y para validar hipótesis.

Las ciencias sociales tratan de imitar eso en la medida de lo posible, que es escasa dada la dificultad ya mencionada de encontrar muchos sistemas análogos a nivel interesante. Se trata de modelos específicos.

La validez de un modelo la da su éxito en predecir, en servir de guía para la acción. Al aplicarlo repetidas veces en casos análogos, el número de éxitos debe superar «significativamente» al de fracasos, en el criterio de la Estadística.

Si el modelo no puede aplicarse repetidas veces sino sólo una o dos, su éxito o fracaso puede deberse a la casualidad, y la experiencia no alcanza para solucionar el problema de la validación.

Sin embargo, aun en este caso existen algunos criterios aplicables, basados en que a algún nivel de parcialización o de agregación, el sistema en estudio sí tiene suficientes análogos como para aplicar la inducción. Es lo que se llama «inducción cruzada».

Todo modelo es una organización de hipótesis o conexiones. El «esqueleto» del modelo —las componentes y su descripción— no ofrece en general grandes problemas de validación empírica, por su carácter en buena parte convencional y la facilidad de conseguir consenso; sus problemas son de optimización. Las dudas están en la forma funcional de las hipótesis que se usan como conexiones o relaciones entre las variables.

El procedimiento consiste entonces en aislar aspectos del sistema: estudiar por separado ciertos subsistemas o conexiones especiales, o ciertos conjuntos de conexiones, a veces previas agregaciones o desagregaciones.

gaciones, que pueden reaparecer en modelos de otros sistemas. Diremos en general: aislar hipótesis e identificarlas en otros modelos.

Una hipótesis que figura sólo en modelos exitosos aumenta de validez. Una que figura en muchos modelos malos pierde validez. Ese parecería el único criterio empírico de alguna utilidad para modelos específicos.

La idea es que aunque el modelo sea específico, las hipótesis individuales que lo constituyen son genéricas, y por lo tanto hay esperanzas de verificarlas empíricamente.

El ejemplo más común es el de un «mismo» sistema analizado en distintos periodos históricos. De ahí la insistencia general en usar la reproducción de la historia como criterio de validez de modelos. Nuestro criterio es que se trata de un test parcial útil, pero no decisivo, pues el sistema *ahora* no es el mismo que *antes* y por lo tanto un modelo bueno para un caso no tiene por qué serlo para el otro. Pero aun si se introduce modificaciones al modelo para adaptarlo al periodo histórico, quedarán muchas variables e hipótesis comunes a ambos modelos, y la inducción cruzada es posible.

Es verdad que esto presenta multitud de problemas que la Epistemología aún no ha tratado con suficiente profundidad.

En primer lugar, se necesitan criterios para reconocer «la misma» relación en dos sistemas distintos. Es evidente que el uso de MM facilita esto decisivamente, pues permite definir con claridad las relaciones y usar conceptos de homomorfismo.

En segundo lugar, el fracaso de un modelo que contiene centenares o millares de relaciones no es fácil atribuirlo a una de ellas. El éxito tampoco garantiza la validez de todas, pues puede haber compensación de errores. ¿En cuántos modelos malos debe figurar una hipótesis para que la descartemos? La Estadística no responde a esta pregunta todavía; pero parece evidente que para que algún día lo haga, es necesario que los modelos estén expresados en lenguaje matemático.

Por lo tanto, el problema de validación empírica de teorías complejas de sistemas sociales requiere el uso de MM.

Los MM deberían usarse con o sin validación previa. Su uso continuado irá mejorando la validez de las teorías posteriores. No es correcto considerar un modelo, sino toda una línea evolutiva de modelos, cada vez mejor adaptados por el uso juicioso de la experiencia anterior. Es el método de ensayo y error usado sistemáticamente.

Obsérvese que estas cuestiones nada tienen que ver con las que tratábamos mediante el método Numex. Los experimentos Numex se hacían sobre un conjunto de MM del sistema, para validar una predicción o una decisión, sobre la base de que esos MM son representaciones aceptables todas del sistema. Aquí es esto último lo que se discute: cómo saber si la seudomuestra es realmente representativa del «verda-

dero» universo definido por el sistema. Problema análogo se presenta cuando se hace un test a un grupo de personas y se pretende generalizar sus resultados a toda una sociedad.

EL PROBLEMA DE LA DECISION

Hay una característica de las Ciencias Sociales que ya hemos señalado —su interés por la acción— que permite un enfoque distinto del problema de la validez.

En todos los casos en que se estudia un sistema para aprender a controlarlo, a manejarlo, a cambiarlo, aparece en primer plano el usuario del modelo, el equipo de personas que lo usa como guía de acción.

El usuario tiene que tomar decisiones, tiene que elegir entre variadas alternativas de acción (entre ellas no hacer nada), y ello dentro de un cierto plazo; no dispone de un tiempo ilimitado como el observador-investigador ideal de las ciencias naturales. Llegado el momento de elegir, el usuario lo hace teniendo en cuenta las predicciones del modelo mental que *en ese momento* acepta, *tenga o no dudas* sobre su validez. El modelo debe permitirle evaluar comparativamente las alternativas, y sin duda que una elección posible y frecuente es «aplazar la decisión hasta tener más datos, o una mejor teoría del sistema, o un mejor MM», pero esto es un poco ilusorio: en sistemas sociales, aplazar significa cambiar de problema, pues demasiadas condiciones externas cambian, además del sistema mismo. En todo caso, la decisión de aplazar se tomó según el modelo existente en ese momento; no basada en su futura versión mejorada. Nótese además que en cada caso se toma primero la decisión, y luego se ve lo que sucede; o sea, la validación a posteriori por éxito predictivo *no interesa*: hay que saber *antes* de tomar la decisión si el modelo es aceptable.

El único criterio que en este caso puede exigirse se haber utilizado toda la información pertinente, directa o indirecta, cuantitativa o cualitativa, experimental, analógica o intersubjetiva basada en la experiencia común del equipo.

En principio parece que el problema sólo se desplaza, pues ¿qué sucede si las opiniones están divididas y se proponen dos o más modelos? Pero para esto ya hemos dado respuesta con el método Numex: todos los modelos razonables deben incluirse en la seudomuestra.

Por supuesto, si hay un solo MM en funcionamiento, no muy fiel a criterio del usuario, y no hay tiempo o recursos para construir otros ejemplares del «modelo ampliado» correspondiente, es muy posible que el usuario prefiera usar su modelo mental directamente, y estará justificado en descartar el MM. Pero no puede dejar de usar su modelo mental, que es lo que estamos afirmando. Y la manera más segura de usar correctamente el modelo mental es tenerlo explicitado matemáticamente.

Algunos usuarios de modelo interesantes —los gobiernos en primer lugar— han aceptado explícitamente la *responsabilidad* de actuar. Se asesoran todo lo que creen necesario durante el tiempo disponible, completando así su modelo mental, su imagen momentánea de las posibilidades de acción y sus efectos más probables. Y en base de lo que creen —validado o no— no tienen más remedio que actuar. Las dudas sobre la validez del modelo se agregan al evaluar las alternativas: si son muy grandes no se podrá diferenciar bien entre ellas, y la decisión se tomará parcialmente al azar (que es en tales casos el procedimiento más racional).

Como por otra parte el gobierno no toma una sola decisión acerca del sistema social que le interesa —el país—, tiene la oportunidad de ir mejorando su modelo, mental y explicitado. Otra vez volvemos a la noción de modelo como ente que evoluciona, que nunca está terminado como una mercadería usual. Pero también este proceso de perfeccionamiento continuo requiere una buena explicitación para poder hacerse de manera eficaz.

En resumen, el MM parece un instrumento de análisis que las ciencias sociales necesitan aún más que las naturales, pero con características diferentes debido a su complejidad y a su especificidad.

ENSAYOS DE VALIDACION

De lo que hemos dicho surgen tres niveles de validación para un MM:

- 1) Validación formal: hacer funcionar el programa del modelo, libre de errores.
- 2) Fidelidad: examen por el usuario para saber si dice lo mismo que su modelo mental.

En este nivel corresponde hacer ensayos de «comportamiento razonable»: ver si la salida del MM tiene semejanza con lo que se sabe del sistema. Pueden hacerse experimentos con hipótesis simplificadas hasta ponerse en casos que el usuario cree comprender. Se compara entonces la salida con las expectativas del usuario, y si no coinciden se busca la causa (que a veces está en imperfecciones del modelo mental).

- 3) Validación empírica: comparación con la historia, éxitos predictivos, comparación con otros sistemas, globalmente o cada hipótesis por separado si la especificidad es mucha.

BIBLIOGRAFIA

Bibliografías

- ¹Hartmann, J. J., 1966, «Annotated bibliography on simulation in the social sciences», Rural Sociology Report N° 53, Iowa State Univ., Ames, Iowa.
- ²Naylor, T. H., 1969, «Simulation & gaming», Computing Reviews, ACM, 61-69.

Experimentación Numérica

- ³A. E. Calcagno y J. De Barbieri, 1967, «Aplicación de la técnica de los modelos al análisis de la realidad política», FLACSO, Sigo. de Chile.
- ⁴A. E. Calcagno, P. Sáinz y J. De Barbieri, 1968, «El diagnóstico político en la planificación», Trimestre Económico, México, N° 139, 389-422.
- ⁵Cornblit O., Di Tella T. y Gallo, E., 1968, «Un modelo de cambio político para América Latina», Desarrollo Económico, 7, 417-465.
- ⁶De Barbieri J., Ibarra J., Naón E., Núñez del Prado A., Sáinz P. y Varsavsky O., 1965, «Modelo para estudios de inflación en Chile», ILPES, Informe de una misión de MU.
- ⁷Domingo C. y Varsavsky O., 1965, «Un modelo matemático de la Utopía de Moro», public. interna del Instituto de Cálculo, U. de Buenos Aires, y Desarrollo Económico, Vol. 7, 1967, pp. 3 a 36.
- ⁸Grupo de Modelos Matemáticos, CENDES (Bianciotto J., Frenkel R., Leal L., Marzulli L., O'Connell A., Pérez Castillo J., Testa M., Varsavsky O. y Yero L.), 1968, «Modelo para planificación a mediano y largo plazo, PROD-INGRE», CENDES, Serie 1, N° 4.
- ⁹Grupo de Modelos Matemáticos, CENDES (Testa M., Varsavsky O., Yero L.), 1968, «Modelo matemático para estudiar políticas de población y desarrollo, DEM y EDUC», CENDES, Serie 1, N° 5.
- ¹⁰Holland E., 1961, «Simulation of an economy with development and trade problems», MIT, Cambridge (Tesis).

- ¹¹Holland E. y Gillespie, R., 1963, «Experiments on a simulated underdeveloped economy: development plans and balance of payments policies», MIT, Press, Cambridge.
- ¹²La Fuente M. y Núñez del Prado, A., 1968, «Modelo de experimentación numérica para la formulación de políticas de corto plazo en Bolivia», Ministerio de Hacienda, La Paz.
- ¹³Sábato J. y Varsavsky O., 1966, «Experiments with a mathematical model of Utopia», Proc. Intern. Symp. of Math. & Human Sciences, Roma, pp. 259 a 267.
- ¹⁴Silva Michelena, J., 1967, «Venutopia I: modelo experimental de un sistema político nacional». En «Cambio político en Venezuela», CENDES, Caracas.
- ¹⁵Varsavsky O., 1963, «La experimentación numérica», Ciencia e Investigación, Vol. 19, pp. 340 a 347, Buenos Aires.
- ¹⁶Varsavsky O., 1967, «Mathematics in the social sciences», Age of the Science, N° 2, pp. 89 a 97, Paris.
- ¹⁷Varsavsky O., 1968, «Los modelos matemáticos y las predicciones en ciencias sociales», CENDES, Serie III, N° 6, Caracas.

Simulación y otros temas

- ¹⁸Alker, H. R., 1966, «Causal inference & political analysis», En «Mathematical applications in political science», III, Southern Methodist U. Dallas.
- ¹⁹Amstutz, A., 1967, «Simulation of competitive market response», MIT, Press.
- ²⁰Balderston F. y Hoggatt, A., 1962, «Simulation of market processes», Inst. of Business & Economic Research, Berkeley.
- ²¹Bunge, M., 1967, «Models in theoretical science», XIV^a Intern. Congress of Philosophy.
- ²²Churchman, C. W., 1963, «An analysis of the concept of simulation», En Hoggatt y Balderston, 1965.
- ²³Churchman, C. W., 1965, «Reliability

- of models in the social sciences», en Langhoff (ed.), «Models, measurement & marketing», Prentice Hall.
- ²⁴Clarkson G. y Simon H., 1960, «Simulation of individual & group behavior», Amer. Economic Rev. 50, p. 920 a 932.
- ²⁵Coe, R., 1964, «Conflict, interference & aggression: computer simulation of a social process», Behavioral Sc., 9, p. 186-196.
- ²⁶Coleman, J., 1964, «Mathematical models & computer simulation», En Handbook of Modern Sociology, (Farris, ed.), Rand McNally.
- ²⁷Domingo, C., 1968, «Building dynamic models: from historical data», Center for International Studies, MIT.
- ²⁸Gilbert J. y Hommel C., 1966, «Computer simulation & analysis of problems in kinship & social structure», Amer. Anthropologist, 68, p. 71-94.
- ²⁹Guetzkow, H. (ed.), 1962, «Simulation in social sciences», Prentice Hall.
- ³⁰Hammersley J. y Handscomb D., 1964, «Monte Carlo methods», Methuen.
- ³¹Hoggatt A. y Balderston F. (eds.), 1963, «Symposium on simulation models», South-Western Publ. Co., Cincinnati.
- ³²Kemeny J. y Snell J., 1963, «Mathematical models in the social sciences», Ginn & Co.
- ³³Klein, L. y Goldberger, A., 1955, «An econometric model of the U.S.», North Holland.
- ³⁴McNeely, J., 1967, «Simulation languages» Simulation, 9, p. 95-98.
- ³⁵Mize, J. y Cox, J. G., 1968, «Essentials of simulation», Prentice Hall.
- ³⁶Von Neumann, J. y Ritchmaier, R., 1945, «Statistical methods in neutron diffusion», en J. von Neumann's collected works», Vol. v, p. 751-764, MacMillan, 1963.
- ³⁷Naylor T. H., Balinty J., Burdick D., Chu K., 1966, «Computer simulation techniques», Wiley & Sons.
- ³⁸Naylor T. H. y Finger, J., 1967, «Verification of computer simulation models», Management Science, 14, p. 92-101.
- ³⁹Orrutt G. H., Greenberger M., Korbil J., Rivlin A., 1961, «Microanalysis of socioeconomic systems: a simulation study», Harper & Row.
- ⁴⁰Teichroew D. y Lubin J., 1966, «Computer simulation: discussion of techniques & comparison of languages», Comm. A.C.M. 9, p. 723-741.
- ⁴¹Tocher, K. D., 1965, «Review of simulation languages», Operational Res. Quart, 16, p. 189-218.

ALGUNOS PROBLEMAS TECNICOS

Oscar Varsavsky

Puesto que no es nuestra intención hacer un texto, nos limitaremos a comentar sólo aquellas cuestiones técnicas sobre las que se ha pensado algo en esta parte del mundo, y referiremos para las demás a la literatura usual sobre Simulación, Estadística, Programación, etc.

1. LENGUAJES DE COMPUTACION

Los lenguajes especiales para los problemas típicos de Simulación —GPSS, DYNAMO, SIMSCRIPT, etc.— no son muy útiles en Experimentación Numérica, debido a las diferentes dificultades que presenta ésta.

Así por ejemplo, creemos preferible no emplear programas para ordenar las ecuaciones en secuencia computable. Es poco lo que se gana comparado con el peligro de establecer secuencias formalmente correctas pero que no reflejan lo que uno desea: muchas veces el investigador no se da cuenta de que la secuencia deseada no es computable hasta que la computadora rechaza el programa. Recién entonces debe uno decidir, según el significado de las ecuaciones, si la solución debe buscarse en un simple cambio de orden o conviene introducir algún paso más.

Hasta ahora los programas se han hecho en FORTRAN principalmente, usándose a veces PL/I (e incluso AUTOCODER de 1401 cuando no se disponía de otras máquinas).

El único criterio general recomendable es usar muchas rutinas auxiliares: facilitan la corrección del programa y las frecuentes modificaciones en la manera de calcular ciertas variables, intrínsecas del método Numex.

La escasa disponibilidad de computadoras grandes en Sudamérica nos ha creado el problema extra de dividir eficientemente un programa en bloques. Véase más adelante —en Taxonomía Numérica— una sugerencia al respecto.

2. REPRODUCCION DE LA HISTORIA POR AJUSTE SECUENCIAL

Cuando se desea que el modelo reproduzca un período histórico conocido, puede usarse el método que llamamos de «ajuste secuencial».

a) Se hacen exógenos todas las variables, salvo aquellas que se calculan por identidades o definiciones. Dando a las variables exóge-